

SIMULATION DE DYNAMIQUES SPATIALES

EXEMPLE DE LA DENSIFICATION DE LA POPULATION AUTOUR D'AVIGNON

Philippe Ellerkamp : U.M.R. 6012 - ESPACE, Université d'Avignon

E-Mail : philippe.ellerkamp@univ-avignon.fr

RÉSUMÉ. Dans la région d'Avignon, l'organisation spatiale des densités de population semble fortement déterminer les dynamiques spatiales du peuplement entre 1936 et 1999. Il paraît possible de rendre compte d'une part importante de ces dynamiques à l'aide de principes de dépendance à la situation antérieure et d'interaction entre unités spatiales voisines. Afin de vérifier la pertinence de ces hypothèses, un modèle de simulation est construit. Il s'agit d'un automate cellulaire dans lequel les cellules ont une résolution d'un kilomètre carré. Le fonctionnement du modèle est basé sur une règle d'évolution locale intégrant un processus de diffusion de la population des cellules et un processus d'accroissement de ces populations par apport extérieur. Aucune contrainte globale ni aucune règle exogène n'agissent sur la dynamique des cellules. Seule la configuration initiale, qui est constituée par le carroyage des densités de 1936 et qui représente la mémoire des évolutions antérieures du système, contraint localement les dynamiques. Ce modèle n'a pas la prétention de reproduire le réel tel qu'il est observable sur des cartes de densités, il participe plutôt d'une recherche de processus spatiaux fondamentaux. Les simulations montrent en effet comment des mécanismes locaux très simples permettent d'engendrer des macro-dynamiques cohérentes. Les configurations en place sont ainsi amplifiées par l'intermédiaire à la fois d'un accroissement de la polarisation des zones les plus fortement urbanisées et d'une homogénéisation des espaces périurbains par diffusion.

ABSTRACT. Around Avignon, spatial organization of population densities strongly seems to determine spatial dynamics of populating between 1936 and 1999. It seems possible to report an important part of these dynamics by means of principles of dependence for the previous situation and interaction between nearby spatial units. To verify the aptness of these hypotheses, a simulation model is constructed. It is a cellular automata in which cells have a square kilometer resolution. The model is based on a local evolution rule integrating a diffusion process of population of cells and an increase process of these populations by outside contribution. Any global constraint nor any outside rule act on the dynamics of cells. Only the initial configuration, which is constituted by the grid of the densities of 1936 and which represents the memory of the previous evolutions of the system, forces locally the dynamics. This model not claimed to was able to reproduce the reality such as it is observable on densities maps, it participates rather of a research for fundamental spatial processes. The simulations show indeed how very simple local mechanisms allow to lead to coherent macro-dynamics. The spatial configurations are so amplified by an increase of the polarization of most strongly urbanized area and homogenization of suburban spaces by diffusion.

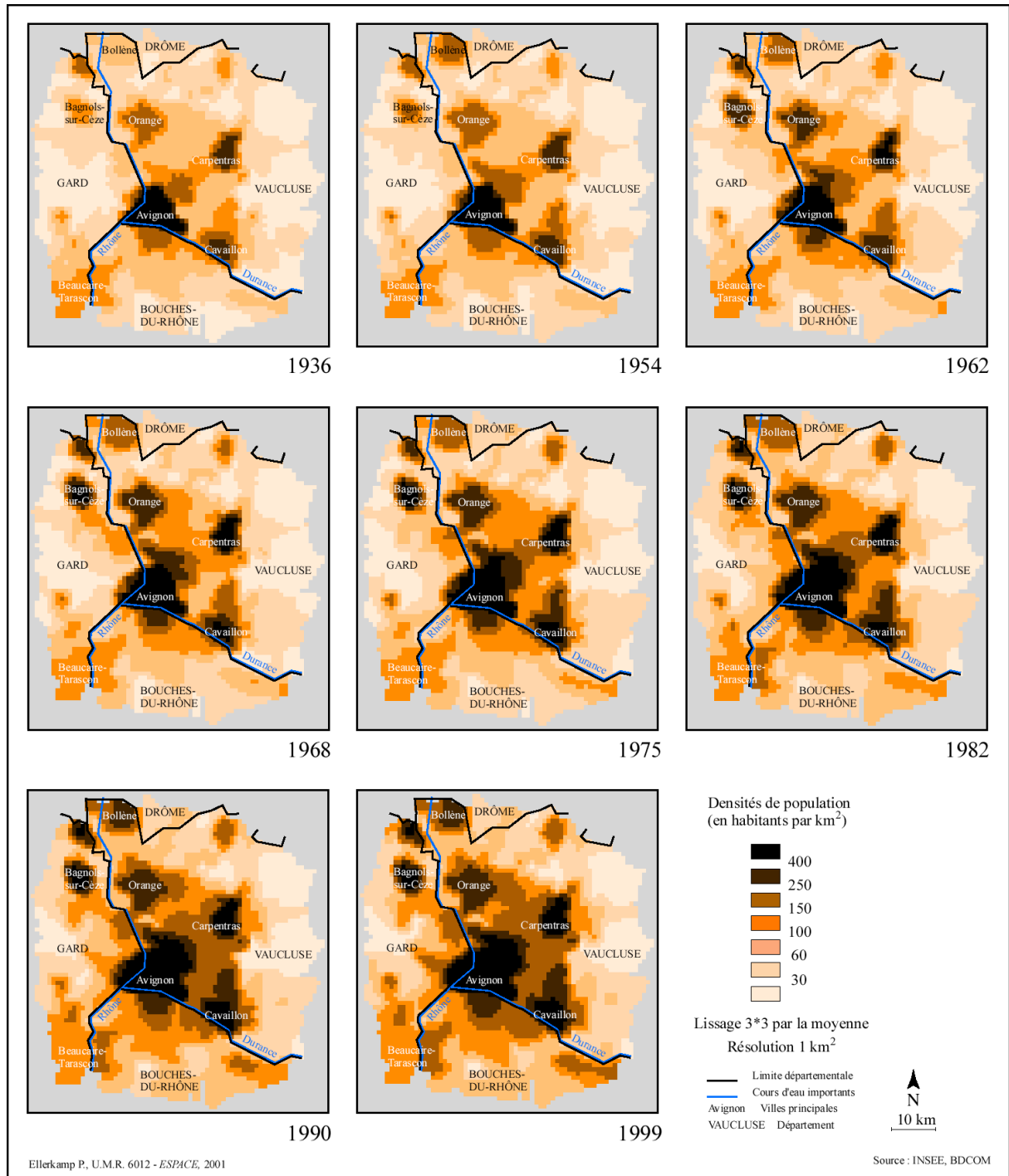
MOTS-CLÉS : Densité de population, dynamiques spatiales, simulation, automates cellulaires, interaction locale, Avignon.

KEY WORDS: Population density, spatial dynamics, simulation, cellular automata, local interaction, Avignon.

Introduction

Il est admis que l'espace géographique est organisé, mais l'on se demande plus rarement dans quelle mesure les organisations en place peuvent, par leur force d'inertie, avoir une influence sur le fonctionnement de cet espace. L'évolution des densités de population illustre pourtant bien cette relation entre structures et dynamiques spatiales. Dans une région comme celle d'Avignon, les répartitions actuelles des densités semblent ainsi largement déterminées par les configurations anciennes et cela malgré un doublement de la population depuis 1936 et une importante périurbanisation : les centres urbains tendent à se maintenir et à se renforcer dans le temps tandis que la densification se propage par contiguïté sur leurs périphéries (*Fig. 1*). Il paraît possible de formaliser un mécanisme rendant compte d'une partie des aspects spatiaux de ce phénomène en faisant seulement appel à deux principes de nature locale : l'un de dépendance à la situation antérieure et l'autre d'interaction entre unités spatiales voisines [ELLERKAMP, 2000]. Ces principes ne résultent pas seulement d'une analyse empirique, ils sont également formulés en référence aux nouvelles théories de la complexité [HEUDIN, 1998]. Celles-ci nous enseignent en effet que la prédictibilité de certains systèmes complexes tend à s'accroître avec leur degré de structuration spatiale ; elles nous incitent d'autre part à considérer que la complexité qui se manifeste à un certain niveau d'observation peut émerger depuis des interactions qui sont en fait très simples mais nombreuses et qui se déroulent à un niveau inférieur entre les entités élémentaires des systèmes [PRIGOGINE et STENGERS, 1979 ; PUMAIN, 1998]. Simuler des dynamiques spatiales en appliquant les principes mentionnés à la répartition des densités de la région d'Avignon en 1936 est un moyen de mettre en évidence le rôle que peuvent jouer les organisations spatiales dans l'orientation et l'intensité de ces dynamiques. Afin d'évaluer avec consistance l'influence de la répartition initiale et les effets de règles locales, il importe que le modèle ne soit soumis à aucune logique centralisée ni à aucune règle ou contrainte de niveau global. Aussi, la simulation est-elle plus ici destinée à tester la pertinence d'hypothèses et à explorer l'intérêt d'un champ conceptuel pour la modélisation de dynamiques spatiales qu'à reproduire précisément le réel [EPSTEIN et AXTELL, 1996 ; RESNICK, 1998].

Figure 1 : Densités de population de la région d'Avignon



1 Un modèle basé sur l'interaction locale et la dépendance à la situation antérieure

Le modèle de simulation est construit sur la base d'un automate cellulaire. Dans leur acception « classique », les automates cellulaires sont des modèles à auto-organisation, à architecture distribuée et à implémentation en parallèle dans lesquels l'espace, le temps et généralement les états sont discrets [GUTOWITZ, 1991 ; WOLFRAM, 1994]. Le changement d'état d'une portion d'espace est défini en fonction d'une règle de transition, invariante dans le temps et dans l'espace, prenant en compte l'état de cette portion au pas de temps

précédent ainsi que ceux de ses plus proches voisins. Ce mode de fonctionnement est tout à fait adapté pour implémenter les principes de dépendance à la situation antérieure et d'interaction entre unités spatiales voisines. L'emploi des automates cellulaires selon une conception restrictive se justifie par la volonté d'explorer les seuls effets de l'interaction locale appliquée à une configuration initiale ; il convient cependant de rappeler que cet outil a déjà été employé en géographie en étant intégré dans des modèles multi-scalaires [LANGLOIS et PHIPPS, 1997 ; WHITE *et al.*, 1997 ; XIE, 1996].

1.1 Information et configuration initiale

La simulation aurait très bien pu porter sur un espace théorique, mais travailler à partir d'une configuration observée donne plus de sens aux résultats en permettant leur analyse selon un référent existant. La région d'Avignon est alors considérée comme un champ d'expérimentation : il n'est pas question de reproduire tous les détails de son évolution, mais seulement de découvrir ce qu'aurait pu être son organisation spatiale si elle dépendait uniquement des règles formulées.

Les densités de population communales de cette région en 1936 font office de configuration initiale soumise au modèle. Cette date permet de remonter suffisamment dans le temps pour que l'influence d'organisations anciennes sur des changements spatiaux significatifs puisse être vérifiée. Pour se placer dans la structure d'un automate cellulaire ces densités sont carroyées, ce qui présente en outre l'avantage d'affranchir des limites administratives afin de focaliser sur les organisations spatiales. La résolution des cellules est fixée à un kilomètre carré de façon à éviter d'un côté une surdiscrétisation de l'espace inutile et de l'autre l'introduction de discontinuités incompatibles avec le fonctionnement du modèle. Les cellules qui se trouvent à l'intérieur d'une même commune sont alors affectées d'une fraction égale de la population de cette dernière. Compte tenu de la résolution, la valeur de population d'une cellule est égale à sa densité en habitants par km².

Les classes de densités discrétisées correspondent aux états du système. Elles constituent l'objet central du modèle sous la forme duquel se présentent et sont évalués les résultats de simulation. La règle de transition opère cependant à un niveau sous-jacent sur les valeurs continues de densités qui sont alors considérées comme des populations. Cela est nécessaire pour tenir compte de la progressivité du phénomène de densification dont il est difficile de rendre compte avec un modèle intégralement discret.

1.2 La règle de transition

La règle de transition se décompose en deux termes. Le premier est un processus de diffusion de la population contenue dans les cellules qui permet, en créant une interaction entre cellules voisines et en exploitant les différences de configurations locales, d'initier les dynamiques d'extension spatiale des aires les plus densément peuplées. Le second terme de la règle exprime la dépendance à la situation antérieure. Il consiste à accroître la population des cellules afin d'alimenter les mouvements spatiaux initiés par la diffusion en tenant compte des configurations locales au pas de temps précédent. Les apports en population que reçoivent ainsi les cellules sont considérés comme résultant d'un bilan entre les gains et les pertes de ces cellules. Le fait que ces bilans ne puissent être que positifs ou nuls s'explique par l'évolution de la région d'Avignon, celle-ci ayant plus que doublé sa population depuis 1936. Par conséquent, cela exprime principalement des migrations de population en provenance de l'extérieur du système que constitue l'ensemble des cellules.

À chaque itération, toutes les cellules implémentent alors simultanément l'équation suivante :

$$s_{ij}^{(t+1)} = \begin{cases} (u + v) s_{ij} & (\zeta \leq p) \\ u & \text{sinon} \end{cases}$$

où s est égal à la valeur de population de la cellule ij au temps t , u renvoie au processus de diffusion et v à celui d'apport exogène.

Le processus de diffusion consiste à échanger de la population entre cellules voisines. Il est régi par l'équation déterministe suivante :

$$u = \left((1 - \alpha) * s_{ij}^{(t)} \right) + \left(\left(\frac{\alpha}{2r^d} \right) * \left(\sum_{i', j'=1}^{2r^d} s_{i' j'}^{(t)} \right) \right)$$

avec $\alpha = 0,025$ un coefficient de diffusion pouvant varier entre 0 et 1 ; $2r^d = 4$ la taille du voisinage, avec $r = 1$ son rayon et $d = 2$ le nombre de dimensions de l'espace ; Σ la somme des valeurs s au temps t des quatre cellules $i'j'$, voisines de ij [MANRUBIA *et al.* 1995 ; RUCKER, 1998].

Selon cette équation, toutes les cellules perdent 2,5 % de leur population et gagnent 1/4 de 2,5 % de la somme de la population de leurs quatre plus proches voisines. Les pertes de chaque cellule sont ainsi distribuées en parts égales dans leur voisinage.

L'apport exogène de population ne devient effectif que pour les cellules pour lesquelles la valeur

$$\zeta \in \{0, 1, \dots, 100\},$$

qui est définie à chaque itération par tirage pseudo-aléatoire, est inférieure ou égale à $p = 20$, un paramètre stochastique contrôlant la fréquence des apports dans l'espace. Si l'apport est occurrence, la valeur u de population résultant du processus de diffusion est incrémentée d'une quantité de population v tirée pseudo-aléatoirement dans l'intervalle

$$v \in \{0, \dots, (u/\beta)\},$$

où (u/β) constitue la borne supérieure de l'apport possible pour une cellule et une itération données. Cette borne introduit une dépendance entre le volume maximal des apports et la valeur des cellules après diffusion, ce qui revient à prendre en compte à la fois la valeur des cellules et celles de leur voisinage respectif au pas de temps précédent. Avec $\beta = 20$, l'apport maximal correspond à un coefficient de variation de 1,05 par itération et par cellule.

1.3 Description du fonctionnement général du modèle

La diffusion permet de jouer sur deux échelles : elle accroît localement l'auto-corrélation spatiale à chaque itération par harmonisation des valeurs des cellules voisines, ce qui, dans la durée, conduit de proche en proche à des effets de longue portée et revient à connecter indirectement toutes les cellules entre elles. Si l'on considère ce processus de manière indépendante, le système ne peut tendre que vers une homogénéisation générale des valeurs de densité, mais son maintien sous apport de population globalement permanent contrecarre cette tendance en entretenant les principales structures. L'importance des apports extérieurs que reçoivent les cellules est alors soumise, en raison de la diffusion, à l'influence d'un environnement plus vaste que le voisinage explicitement défini. En diffusant de la population, les zones de fortes densités contribuent ainsi à augmenter la limite supérieure des apports possibles pour les cellules qui se situent dans leur périphérie. Cette influence perd de sa puissance en fonction de la distance, mais elle s'accroît au cours du temps avec une auto-amplification des apports. Les dynamiques exogènes de population alimentent donc et renforcent, sur la base de logiques à la fois locales et spatiales, les mouvements de propagation des zones denses initiés par la diffusion.

En résumé, ce modèle consiste à dilater l'organisation initiale de l'espace tout en maintenant ses principales organisations. Sans processus de croissance, il est incapable d'engendrer des dynamiques spatiales. L'extension urbaine est ainsi considérée comme un accroissement de la polarisation des zones les plus fortement urbanisées et une homogénéisation des espaces périurbains par diffusion.

1.4 Caractéristiques particulières du modèle

1.4.1 Constance de la règle et non-linéarité de ses effets

La règle, les valeurs des paramètres et la taille du voisinage sont constantes dans le temps. Cela se justifie par la logique auto-organisationnelle qui est attribuée à ce modèle. Le but n'est pas de définir par avance son devenir en calant ses dynamiques sur des courbes pré-établies ou en variant périodiquement les valeurs des paramètres. Il s'agit plutôt de laisser les dynamiques s'organiser en fonction des conditions initiales et des interactions entre les cellules composant l'espace afin de voir dans quelle mesure ce modèle va permettre d'engendrer des dynamiques cohérentes et de retrouver les organisations spatiales actuelles. La constance des caractéristiques fonctionnelles du modèle n'implique cependant pas la linéarité des effets produits car ceux-ci évoluent dans le temps et dans l'espace en fonction des changements qui affectent les cellules et les configurations locales et spatiales. L'importance accordée aux facteurs stochastiques renforce la variabilité des effets engendrés par la règle.

1.4.2 *Des fluctuations pseudo-aléatoires nécessaires pour respecter la complexité spatiale des dynamiques*

La croissance de la population est largement soumise à des fluctuations temporelles et locales en raison des processus stochastiques qui régissent la fréquence et l'intensité des apports. Ces fluctuations sont nécessaires pour rendre le modèle plus réaliste en atténuant les comportements déterministes qu'induirait une stricte dépendance aux configurations locales. Le modèle a en effet besoin d'une relative latitude pour que certaines tendances fortes inscrites dans l'espace ne s'imposent pas trop rapidement et ne masquent pas les effets dus à des phénomènes spatiaux plus lents à se mettre en place. Ces fluctuations stochastiques sont également un moyen simple de prendre en compte les différences de comportement des unités spatiales face à la densification et à l'extension urbaine.

1.4.3 *Un paramétrage contraint par le rôle déterminant de la durée sur la qualité des résultats*

La taille du voisinage ainsi que les divers paramètres ont été ajustés par tâtonnement lors des simulations et il semble difficile d'en proposer une autre combinaison. La taille du voisinage et la valeur du coefficient de diffusion ne peuvent être accrues faute de causer un lissage excessif des valeurs des cellules. Un abaissement de l'intensité maximale des apports ou de leur fréquence pose le même problème. À l'inverse, accroître la dynamique des apports empêche la diffusion de jouer son rôle, ce qui conduit à une trop forte hétérogénéisation locale des comportements des cellules. Il est enfin possible de varier séparément les paramètres contrôlant les apports, mais cela revient toujours à jouer sur la durée totale de la simulation. On se rend alors compte qu'une accélération ou un ralentissement du temps du modèle ne peut être effectué sans modifier significativement l'issue finale des simulations. Une durée de l'ordre de 160 à 190 itérations doit en fait impérativement être respectée si l'on désire maximiser la ressemblance entre simulations et observations les plus récentes. Cela s'explique par la nécessité de respecter un équilibre particulier entre la durée requise par la diffusion pour véhiculer l'influence des différentes tendances inscrites dans l'espace, la périodicité des apports et leur intensité.

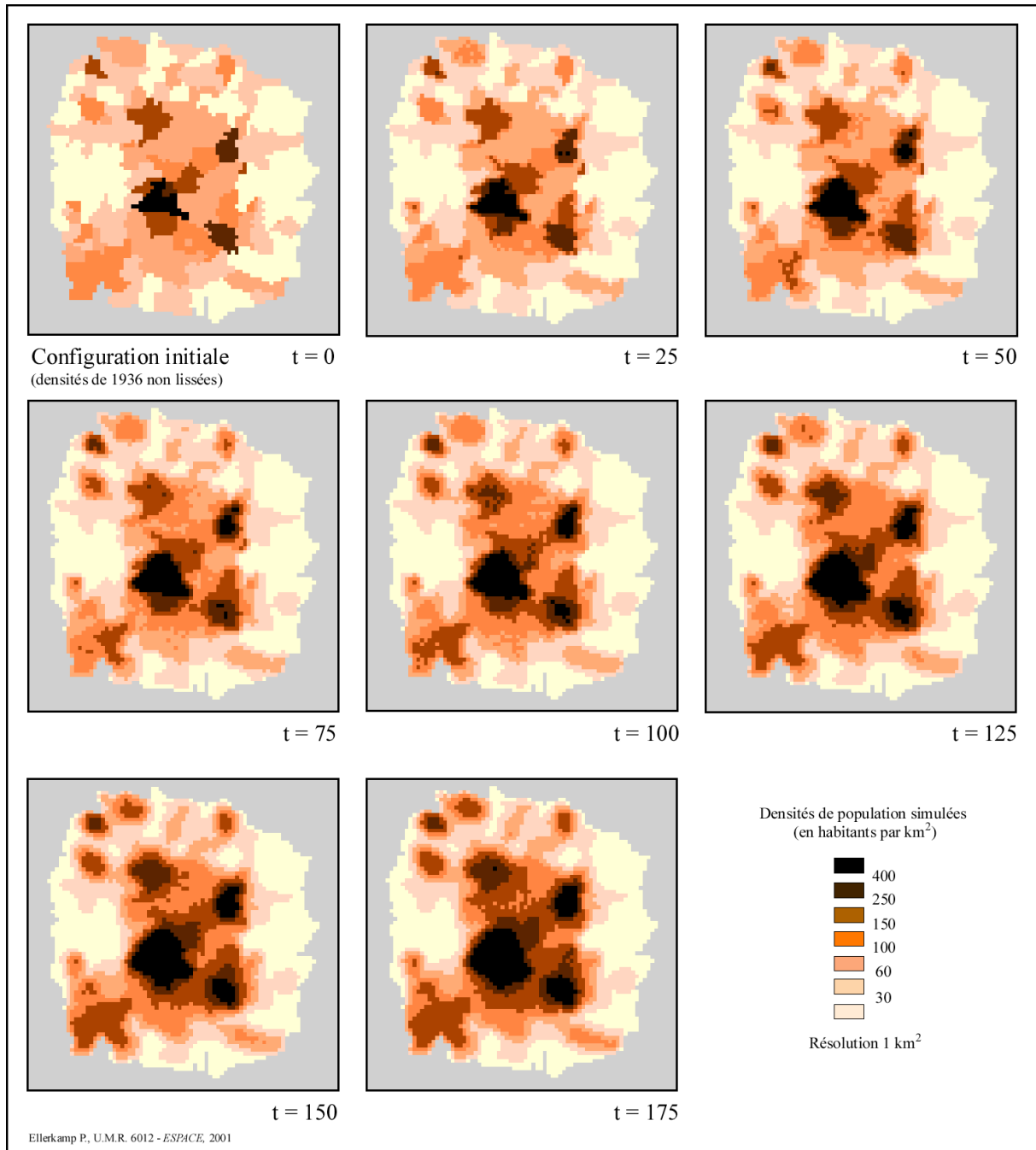
1.4.4 *Des itérations à signification temporelle différenciée*

L'itération n'est considérée ici que comme une étape intermédiaire dans un processus de calcul permettant de parvenir à une situation finale. Il n'est donc pas possible de lui donner une signification temporelle précise. Les durées qui séparent les événements se réalisant lors des simulations correspondent en fait à des compressions ou des distorsions des durées dans lesquelles s'inscrivent les réalités géographiques. Le nombre d'itérations nécessaires pour rendre compte des changements qui ont eu lieu entre 1936 et 1954 est ainsi plus petit que celui qui est requis pour faire face à l'accroissement de la fréquence des événements qui caractérise les années 1975 à 1990.

2 **Simulation de dynamiques spatiales de densification autour d'Avignon**

La périodicité avec laquelle sont présentés les résultats est simplement destinée à révéler le comportement du modèle, elle n'est pas porteuse d'une signification temporelle particulière (*Fig. 2*). Étant entendu que le modèle n'est évidemment pas destiné à reproduire le réel, que ce soit par sa structure fonctionnelle ou ses résultats, il n'est donc pas question de validation. Même de fortes corrélations statistiques entre structures simulées et structures observées ne valideraient d'ailleurs en rien un modèle dont les processus sont fort loin de la réalité. C'est plutôt ce qui se dégage de la simulation qui doit permettre de vérifier l'intérêt géographique des hypothèses, des concepts et de l'approche employés. Aussi, les résultats sont-ils seulement analysés de manière qualitative.

Figure 2 : Simulation de dynamiques spatiales de densification autour d'Avignon



2.1.1 Amplification et prolongation d'une tendance spatiale contenue dans la configuration initiale

En 1936, la région d'Avignon est déjà dotée d'une solide armature de villes secondaires à l'intérieur de laquelle l'organisation de l'espace est très homogène. Lorsque commence le phénomène de périurbanisation, celui-ci ne fait d'abord que poursuivre le processus plus ancien d'urbanisation en prenant appui de manière hiérarchique sur le réseau urbain, tandis que la densification ultérieure des unités spatiales est influencée par les contiguïtés. Considéré rétrospectivement, l'étalement urbain autour d'Avignon semble ainsi obéir à une tendance spatiale déterminée par la configuration de 1936. C'est l'existence de cette tendance qui assure la cohérence globale des résultats de simulation. Introduite dans le modèle par l'intermédiaire de la configuration initiale, elle contraint sa dynamique en début de simulation ; le modèle, rétroagissant ensuite avec elle par son comportement, l'amplifie et la prolonge dans le temps et dans l'espace faisant de cette manière ressortir quelques grands traits spatiaux de la densification autour d'Avignon.

Cependant, tout n'est certainement pas dans la configuration initiale et celle-ci est d'ailleurs à l'origine de plusieurs mésestimations par le modèle. Ainsi, par exemple, les périphéries sud-est, ouest et sud de la région d'Avignon ne parviennent pas à décoller de la première classe de densité car leurs valeurs en 1936 n'autorisent pas l'ancrage d'une dynamique de croissance. D'une autre manière, le modèle rend très mal compte du développement des petites villes de la vallée du Rhône et aboutit à une surestimation importante de l'ensemble Beaucaire-Tarascon. Il s'agit là des conséquences de l'évolution des hiérarchies urbaines avec une quasi-inexistence de Bollène en 1936 et une inversion de la position de Beaucaire-Tarascon parmi les villes régionales depuis cette date.

2.1.2 *La distance retrouvée par l'interaction locale*

La distance n'est pas explicitement prise en compte dans le modèle, mais elle s'impose, comme une variable fondamentale inhérente à l'espace, à partir du processus d'interaction locale appliqué à une configuration initiale structurée. Ses effets se construisent peu à peu au cours de la durée : à chaque itération, l'influence des villes se diffuse de proche en proche en modifiant localement les dynamiques. Cela conduit à retrouver dans la simulation des phénomènes de polarisation, de formation de gradients et d'homogénéisation spatiale, ce qui peut s'interpréter comme des logiques d'échelles si l'on considère que les cellules concernées sont alors soumises à un environnement plus vaste que leur voisinage immédiat.

Ce mécanisme peut être amplifié lorsque différentes influences se rejoignent en raison de distances peu importantes entre zones très denses. On peut ainsi assister à la formation d'axes de densification sans que l'incidence des réseaux de communication ne soit intégrée dans le modèle. C'est le cas dans la simulation avec les axes de peuplement, définis par les valeurs de densité supérieures ou égales à 150 hab./km², qui partent d'Avignon pour relier Carpentras, Cavaillon et Orange. Il s'agit là d'une propriété émergente du modèle qui se manifeste à un niveau supérieur à celui des cellules grâce aux interactions locales et à la structure initiale de l'espace.

Cette tendance du modèle à relier deux zones de fortes densités par le plus court chemin peut aussi induire des erreurs faute d'une prise en compte des réseaux. Cela se produit pour l'arrimage d'Orange dans l'espace des densités supérieures ou égales à 150 hab./km², ou de la jonction de Bagnols-sur-Cèze à l'espace urbain comtadin.

2.1.3 *Une rétroaction négative à l'extension urbaine imposée par la mémoire de l'espace*

Le maintien global des densités supérieures à 100 hab./km² et plus particulièrement de celles supérieures à 150 hab./km² à l'intérieur d'une ceinture d'environ 25 km de rayon centrée sur Avignon relève d'un processus de rétroaction négative. À l'échelle de quelques pixels, la discontinuité formée par la contiguïté entre des valeurs très fortes et des valeurs très faibles se transforme, du fait de la diffusion, en un gradient abrupt. Si l'on considère les effets de l'interaction locale à plus grande distance, la présence en arrière d'une importante zone de très faible densité, très inerte en raison de son homogénéité, bloque la propagation spatiale de ce gradient car la quantité de cellules quasiment vides est suffisamment importante pour absorber ce front de diffusion sans que cela ne modifie significativement la structure de l'espace. Une telle rétroaction négative s'impose de façon spontanée en raison de l'organisation antérieure de l'espace, de la mémoire du système. Les dynamiques sont donc contraintes par le passé et s'adaptent aux structures héritées. Cela vaut aussi dans la partie ouest de la région : la rupture due au Rhône et au franchissement d'une double limite administrative, départementale et régionale, est contenue dans la structure de l'espace.

Conclusion

Les résultats de simulation de la densification du peuplement pour la région d'Avignon obtenus avec le modèle présenté démontrent sinon la validité des hypothèses annoncées du moins leur pertinence et leur intérêt dans la réflexion sur la modélisation des dynamiques spatiales. La simulation montre en effet comment un principe très rudimentaire de dynamique de population permet d'engendrer des dynamiques d'extension urbaine et de densification cohérentes en s'appuyant uniquement sur les configurations locales antérieures et sur des interactions de voisinage. Le modèle met ainsi en évidence l'importance des phénomènes locaux et, à une autre échelle, celle des structures de l'espace héritées dans la détermination des dynamiques spatiales. La région d'Avignon n'est cependant pas innocente dans cette démonstration, car, en raison de sa structuration urbaine solide et ancienne, celle-ci est dotée de tendances spatiales fortes et relativement stables au cours du temps. Appliqué à une région soumise à des changements majeurs en cours de période, comme celle de Montpellier, le modèle a donné des résultats moins probants. Aussi est-il évident que l'amélioration des résultats passe par

une prise en compte plus explicite de logiques spatiales opérant à différentes échelles et par l'introduction de contraintes dans son fonctionnement. Malgré ses limites, ce modèle a néanmoins permis de montrer l'intérêt de la simulation dans une approche exploratoire des dynamiques spatiales. Ce phénomène a été extrait de son environnement géographique général pour être étudié du seul point de vue de la « physique » de l'espace. Cela n'apporte pas de connaissance nouvelle sur la région d'Avignon, mais participe d'une recherche de processus spatiaux fondamentaux. C'est pourquoi il semble intéressant de qualifier ce travail de géographie « artificielle », par analogie avec les disciplines qui ont la simulation pour principale méthode de recherche.

Bibliographie

ELLERKAMP P., 2000, *Étude de l'extension urbaine autour d'Avignon et de Montpellier par la simulation de dynamiques spatiales à l'aide de modèles cellulaires d'interaction locale*, Thèse de Doctorat, Avignon, Université d'Avignon.

EPSTEIN J., AXTELL R., 1996, *Growing Artificial Societies : Social Science From the Bottom Up*, Washington, Cambridge, The Brookings Institution, The MIT Press.

GUTOWITZ, H. A., 1991, *Cellular Automata, Theory and Experiment*, Cambridge MA, The MIT Press-North Holland

HEUDIN J.-C., 1998, *L'évolution au bord du chaos*, Paris : Hermès, coll. Systèmes Complexes.

LANGLOIS A., PHIPPS M., 1997, *Automates cellulaires. Application à la simulation urbaine*, Paris, Hermès, coll. Systèmes complexes.

MANRUBIA S., ZANETTE D., SOLÉ R., 1995, Transient Dynamics and Scalling Phenomena in Urban Growth , *SFI Working Papers*, Santa Fe, NM, Santa Fe Institute.

PRIGOGINE I., STENGERS I., 1979, *La nouvelle alliance, Métamorphose de la science*, Paris, Gallimard.

PUMAIN D., 1998, Les modèles d'auto-organisation et le changement urbain , *Les Cahiers de Géographie du Québec*, vol. 42, n°117, décembre 1998, pp. 349-366.

RESNICK M., 1998, *Turtles, Termites and Traffic Jam. Explorations in Massively Parallel Microworlds*, Cambridge, MA, The MIT Press, Complex Adaptive Systems Series.

RUCKER R., 1998, Continuous-Valued Cellular Automata in Two Dimensions, *Constructive Cellular Automata Workshop*, Santa Fe Institute, NM, november 16, 1998.

WHITE R., ENGELEN G. and ULJEE I., 1997, The Use of Constrained Cellular Automata for High-Resolution Modelling of Urban Land Use Dynamics, *Environment and Planning B*, Vol. 24, pp.323-343

WOLFRAM S., 1994, *Cellular Automata and Complexity*, Addison-Wesley

XIE Y., 1996, A generalized model for cellular urban dynamics, *Geographical Analysis*, vol. 28, n°4, oct. 1996, pp.350-373.